



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تسيير واقتصاد
اختبار في مادة: الرياضيات

دورة: 24

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{5}{6}u_n - \frac{1}{3}$ ،

(1) احسب u_1 و u_2

(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $-2 < u_n \leq 0$ ،

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 2$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{6}$

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2$ ،

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

- احسب S_n بدلالة n ثم استنتج T_n بدلالة n

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

(1) المعادلة $2e^{2x} + 3e^x - 2 = 0$ ذات المجهول الحقيقي x :

أ) تقبل حلاً وحيداً. ب) تقبل حلين مختلفين. ج) لا تقبل حلاً.

(2) $\int_0^1 (3x^2 + 3e^{3x}) dx$ يساوي:

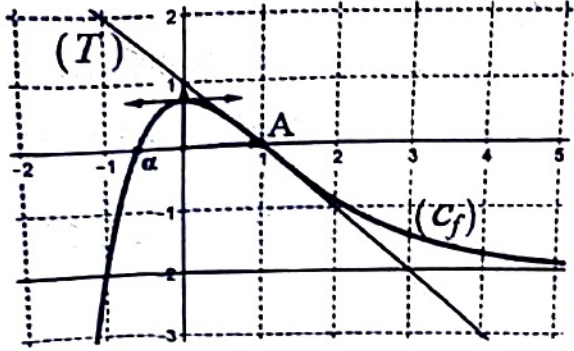
أ) $e^3 + 1$ ب) e^3 ج) $e^3 - 1$

(3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 2u_n + 1$ ،

عبارة الحد العام u_n هي: أ) $2^{n+1} + 1$ ب) $2^n - 1$ ج) $2^{n+1} - 1$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(2x)}{1 + \ln x} \right)$ تساوي: أ) $\ln 2$ ب) 1 ج) 2

التمرين الثالث: (04 نقاط)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ في الشكل المقابل، (C_f) التمثيل البياني لدالة f معرفة على \mathbb{R} والذي يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما 1 و α و (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة $A(1; 0)$ بقراءة بيانية:

- 1) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$ ثم أعط معادلة للمماس (T)
- 2) بَرّر أنّ A نقطة انعطاف لـ (C_f)
- 3) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $f(x) \times f'(x) = 0$
- 4) F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R}

– حدّد حسب قيم x إشارة $f(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة F

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{1+2\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- 1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

- 2) أ) بيّن أنه: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-4\ln x}{x^3}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

- 3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,52 < \alpha < 0,53$

- 4) أ) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 1$

ب) احسب $f(e)$ ثم ارسم كلاً من (C_f) و (Δ)

- 5) أ) أثبت أنّ $H: x \mapsto \frac{-3-2\ln x}{x}$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto \frac{1+2\ln x}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$

ب) استنتج \mathcal{A} مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما:

$$x = e, \quad x = 1$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = 8x^3 + 1$

الدالة الأصلية للدالة f على \mathbb{R} والتي تتعم عند 1 هي الدالة F حيث :

(أ) $F(x) = x^4 + x - 2$ (ب) $F(x) = 2x^4 + x - 3$ (ج) $F(x) = 2x^4 - 2x$

(2) g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

القيمة المتوسطة للدالة g على المجال $[-\ln 2; \ln 2]$ هي:

(أ) $2\ln 2$ (ب) $\frac{1}{2\ln 2}$ (ج) $\frac{1}{2}$

(3) للمعادلة $\ln(x-2) + \ln(x-4) = 3\ln 2$ حل وحيد في المجال $+\infty[; 4[$ هو:

(أ) 6 (ب) 8 (ج) 9

(4) الدالة h المعرفة على $]-1; 1[$ بـ: $h(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ هي دالة:

(أ) زوجية. (ب) فردية. (ج) لا زوجية ولا فردية.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

P الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $P(X) = (2X-1)(X^2+X-2)$

(1) ادرس إشارة $P(X)$ حسب قيم X من \mathbb{R}

(2) (أ) حل في المجال $+\infty[; 0]$ للمعادلة: $(2\ln x - 1)((\ln x)^2 + \ln x - 2) = 0$

(ب) استنتج في المجال $+\infty[; 0]$ حلول المتراجحة: $(2\ln x - 1)((\ln x)^2 + \ln x - 2) < 0$

(3) حل في المجال $+\infty[; -1]$ للمعادلة: $(\ln(x+1))^2 + \ln(x+1) - 2 = 0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$

(1) احسب u_1 و u_2

(2) ابرهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -2$

(ب) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: تسيير واقتصاد // بكالوريا 2024

(3) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 2$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

(ب) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب بدلالة n كلاً من المجموعين S_n و T_n حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n \quad \text{و} \quad T_n = \frac{1}{2+u_0} + \frac{1}{2+u_1} + \frac{1}{2+u_2} + \dots + \frac{1}{2+u_n}$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) \geq 0$

(II) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x + (x+2)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(4) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(5) (أ) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1,69 < \alpha < -1,68$

(ب) ارسم (T) و (Δ) ثم (C_f)

(6) (أ) بين أن الدالة $H: x \mapsto -(x+3)e^{-x}$ هي دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto (x+2)e^{-x}$ على \mathbb{R}

(ب) احسب \mathcal{M} مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x = 2 \quad , \quad x = 0 \quad , \quad y = x$$